

Aufgabe 25 (Teil 2)

Heizen mit Erdgas

Erdgas ist ein weit verbreiteter Energieträger für Heizungen.

Aufgabenstellung:

- a) In der nachstehenden Tabelle sind die durchschnittlichen Erdgaspreise beim Import in Cent pro Kilowattstunde (Cent/kWh) für einige Monate aus dem Zeitraum von September 2020 bis August 2021 angeführt.

Monat	Erdgaspreis (Cent/kWh)
September 2020	1,085
Dezember 2020	1,364
April 2021	1,707
Juni 2021	2,247
August 2021	3,243

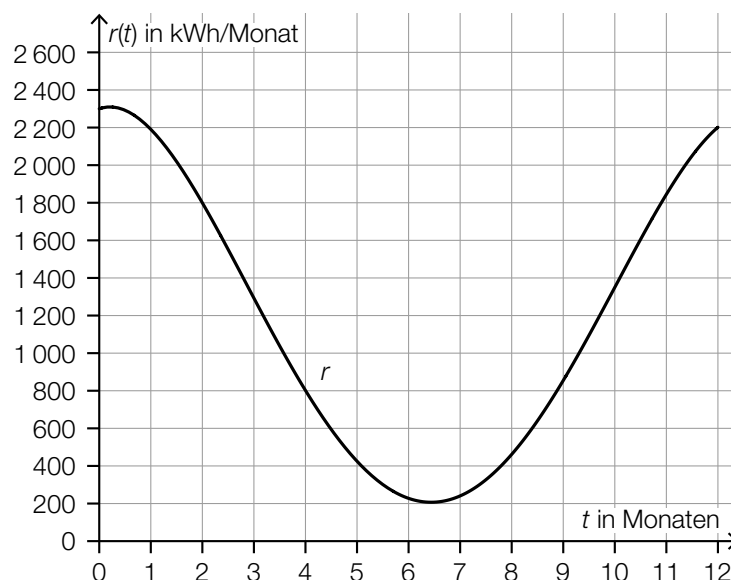
Für den Zeitraum von September 2020 bis April 2021 kann der Erdgaspreis in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine lineare Funktion $f: [0; 7] \rightarrow \mathbb{R}^+$ modelliert werden (t in Monaten mit $t = 0$ für September 2020, $f(t)$ in Cent/kWh).

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf. Verwenden Sie dabei die Werte für September 2020 und April 2021. [0/1 P.]

- b) Die Funktion $r: [0; 12] \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ beschreibt modellhaft die Energieverbrauchsrate des Heizbedarfs eines bestimmten Haushalts in Abhängigkeit von der Zeit t für ein bestimmtes Kalenderjahr (siehe nachstehende Abbildung).

t ... Zeit ab Jahresbeginn in Monaten

$r(t)$... Energieverbrauchsrate des Heizbedarfs zum Zeitpunkt t in kWh/Monat



Die im Monat Mai benötigte Energie kann durch $\int_4^5 r(t) dt$ berechnet werden.

- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/1½/1 P.]

Für die benötigte Energie gilt ① _____ und ② _____.

①	
$\int_4^5 r(t) dt < \int_7^8 r(t) dt$	<input type="checkbox"/>
$\int_4^5 r(t) dt > \int_9^{10} r(t) dt$	<input type="checkbox"/>
$\int_4^5 r(t) dt > \int_6^7 r(t) dt$	<input type="checkbox"/>

②	
$\int_4^5 r(t) dt > \frac{\int_0^{12} r(t) dt}{12}$	<input type="checkbox"/>
$\int_4^5 r(t) dt < \frac{\int_0^6 r(t) dt}{6}$	<input type="checkbox"/>
$\int_4^5 r(t) dt < \frac{\int_4^7 r(t) dt}{3}$	<input type="checkbox"/>

- c) Ein Lieferant von Erdgas möchte bestehende Lieferverträge umstellen. Sophie führt Telefongespräche durch, um Personen mit bestehenden Lieferverträgen von der Vertragsumstellung zu überzeugen.

Erfahrungsgemäß gelingt ihr das bei jedem Telefongespräch unabhängig von den anderen Telefongesprächen mit einer Wahrscheinlichkeit von 35 %.

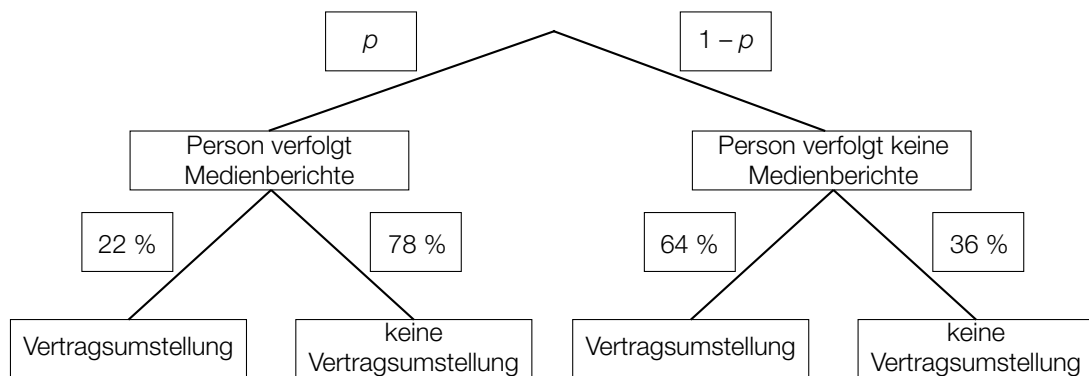
Sophie führt pro Woche 200 solche Telefongespräche. Sie erhält pro Vertragsumstellung eine Prämie von € 4.

- 1) Berechnen Sie die pro Woche zu erwartende Prämie.

[0/1 P.]

Erfahrungsgemäß haben Medienberichte Einfluss auf die Anzahl der bei Telefongesprächen erreichten Vertragsumstellungen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine nach dem Zufallsprinzip ausgewählte und angerufene Person Medienberichte verfolgt, beträgt p .



Insgesamt beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Vertragsumstellung erreicht wird, 35 %.

- 2) Berechnen Sie p .

[0/1 P.]

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

E-Bikes

Ein E-Bike ist ein Fahrrad, das mit einem elektrischen Antrieb ausgestattet ist.

Aufgabenstellung:

- a) Im Jahr 2018 betrug der weltweite Umsatz aus dem Verkauf von E-Bikes 7,68 Milliarden US-Dollar (USD). Es wird prognostiziert, dass dieser weltweite Umsatz im Zeitraum von 2018 bis 2026 um jährlich 24,5 % steigen wird.

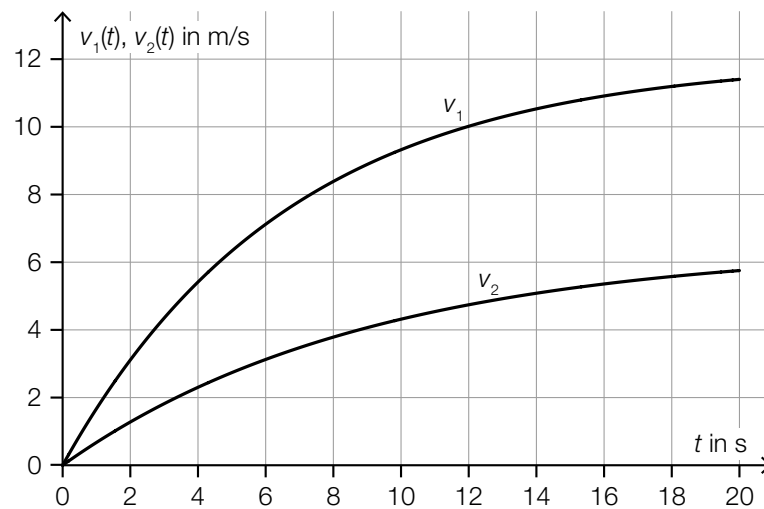
Die Funktion u beschreibt modellhaft den jährlichen weltweiten Umsatz aus dem Verkauf von E-Bikes in Abhängigkeit von der Zeit t (t ab 2018 in Jahren, $u(t)$ in Milliarden USD).

- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von u auf.

$$u(t) = \underline{\hspace{10cm}} \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 8 \quad [0/1 P.]$$

- 2) Ermitteln Sie mithilfe von u , wie viele Jahre nach 2018 der Umsatz doppelt so hoch wie im Jahr 2018 ist. [0/1 P.]

- b) Durch Fahrten auf einer Teststrecke werden 2 E-Bikes mit unterschiedlicher Leistung verglichen. Die Funktionen v_1 und v_2 ordnen der Zeit t modellhaft die jeweilige Geschwindigkeit $v_1(t)$ bzw. $v_2(t)$ des betreffenden E-Bikes zu (t nach dem Start in s, $v_1(t)$ und $v_2(t)$ in m/s). Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen von v_1 und v_2 .



Aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten der beiden E-Bikes in den ersten 20 s werden Strecken unterschiedlicher Länge zurückgelegt. Die Differenz der Längen dieser beiden Strecken soll ermittelt werden.

- 1) Schätzen Sie diese Differenz mithilfe der obigen Abbildung ab.

[0/1 P.]

Für die Funktion $v_1: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ gilt: $v_1(t) = r \cdot (1 - e^{-k \cdot t})$

t ... Zeit in s

$v_1(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

r, k ... positive reelle Parameter

Die Funktion s_1 ist die zu v_1 zugehörige Zeit-Weg-Funktion (t in s, $s_1(t)$ in m).

Es gilt: $s_1(0) = 0$

- 2) Ergänzen Sie die fehlenden Ausdrücke in der nachstehenden Funktionsgleichung.

$$s_1(t) = \boxed{} \cdot t + \boxed{} \cdot e^{-k \cdot t} - \boxed{} \quad [0/1 P.]$$

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Bauernhöfe in Österreich

Auf österreichischen Bauernhöfen werden verschiedene Nutztiere gehalten.

Aufgabenstellung:

- a) In der nachstehenden Tabelle ist der durchschnittliche Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung für die Jahre 1999, 2010 und 2020 angegeben.

Jahr	durchschnittlicher Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung
1999	171
2010	258
2020	389

Der durchschnittliche Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Exponentialfunktion f modelliert werden.

Es gilt:

$$f(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1999

$f(t)$... durchschnittlicher Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung zum Zeitpunkt t

a, λ ... positive Parameter

- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf. Verwenden Sie dabei die Werte für die Jahre 1999 und 2020. [0/1 P.]

Sandra behauptet, dass der mithilfe von f errechnete Wert für das Jahr 2010 um weniger als 3 % vom in der obigen Tabelle angegebenen Wert abweicht.

- 2) Weisen Sie rechnerisch nach, dass Sandras Behauptung richtig ist. [0/1 P.]

- b) In der nachstehenden Tabelle ist der durchschnittliche Rinderbestand pro Bauernhof mit Rinderhaltung für die Jahre 1999, 2010 und 2020 angegeben.

Jahr	durchschnittlicher Rinderbestand pro Bauernhof mit Rinderhaltung
1999	21
2010	28
2020	34

Für den Zeitraum von 2010 bis 2020 gilt:

- Die Anzahl der Bauernhöfe mit Rinderhaltung hat sich in diesem Zeitraum um 17 331 vermindert.
- Der gesamte Rinderbestand auf Bauernhöfen mit Rinderhaltung ist in diesem Zeitraum um 7,8 % zurückgegangen.

Mithilfe dieser Informationen und der Daten aus der obigen Tabelle soll ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen in den Variablen b und r erstellt werden.

b ... Anzahl der Bauernhöfe mit Rinderhaltung im Jahr 2010

r ... gesamter Rinderbestand auf Bauernhöfen mit Rinderhaltung im Jahr 2010

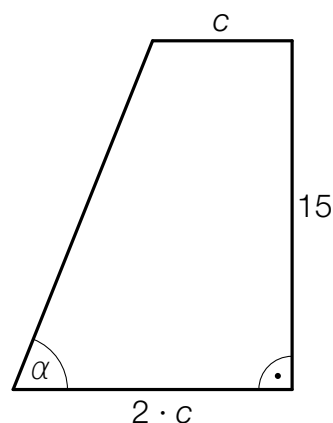
- 1) Vervollständigen Sie die nachstehenden Gleichungen durch Eintragen der fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.

I: $r = \boxed{} \cdot b$

II: $r \cdot \boxed{} = 34 \cdot \left(b - \boxed{} \right)$

[0/1½/1 P.]

- c) In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist die trapezförmige Grundfläche des Stalles eines bestimmten Bio-Bauernhofs dargestellt (Abmessungen in m).



Es gilt: $\tan(\alpha) = 2,5$

- 1) Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche dieses Stalles in m^2 .

[0/1 P.]

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Hotel

In einem bestimmten Hotel gibt es insgesamt 120 Gästezimmer.

Aufgabenstellung:

- a) In diesem Hotel gibt es zu Silvester jedes Jahr 120 Reservierungen. Aus Erfahrung weiß die Hotelleitung, dass im langjährigen Mittel 4 % der Reservierungen storniert werden. Es wird angenommen, dass die Anzahl der stornierten Reservierungen binomialverteilt ist.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zu Silvester höchstens 1 Reservierung storniert wird. [0/1 P.]
- b) In einem bestimmten Jahr gab es in diesem Hotel durchschnittlich 4 100 Nächtigungen pro Monat.

In den ersten 6 Monaten dieses Jahres (Jänner bis Juni) gab es durchschnittlich 4 000 Nächtigungen pro Monat.

Die nachstehende Tabelle gibt die Anzahl der Nächtigungen für die restlichen Monate dieses Jahres an ($n, d \in \mathbb{N}$).

Monat	Anzahl der Nächtigungen
Juli	4 870
August	4 915
September	3 680
Oktober	3 600
November	n
Dezember	d

- 1) Berechnen Sie $n + d$.

[0/1 P.]

c) Im Wellnessbereich des Hotels befindet sich eine Sauna.

Bei einem sogenannten *Aufguss* wird Wasser mit einem bestimmten Duftöl vermisch und auf heiße Steine gegossen. Die Konzentration des Duftöls in der Luft in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Aufguss kann modellhaft durch die Funktion $K: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ mit $K(t) = 0,5 \cdot t \cdot e^{-0,8 \cdot t}$ beschrieben werden (t nach dem Aufguss in min, $K(t)$ in ml/m^3).

Der Duft ist wahrnehmbar, wenn die Konzentration des Duftöls in der Luft mindestens $0,09 \text{ ml/m}^3$ beträgt.

1) Berechnen Sie, wie viele Minuten lang der Duft gemäß diesem Modell wahrnehmbar ist.

[0/1 P.]

Die Temperatur in der Sauna in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Funktion $T: [0; 15] \rightarrow \mathbb{R}^+$, $t \mapsto T(t)$ modelliert werden (t in min, $T(t)$ in $^\circ\text{C}$).

Für die zwei Zeitpunkte $t_A, t_B \in (0; 15)$ mit $t_A < t_B$ gilt: $T(t_A) > T(t_B)$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

[0/1½/1 P.]

Der Differenzenquotient der Funktion T im Intervall $[t_A; t_B]$ gibt in jedem Fall

① _____ in diesem Intervall an; dieser Differenzenquotient ist in jedem Fall
② _____.

①	
die mittlere Änderungsrate der Temperatur in $^\circ\text{C/min}$	<input type="checkbox"/>
die momentane Änderungsrate der Temperatur in $^\circ\text{C/min}$	<input type="checkbox"/>
die mittlere Temperatur in $^\circ\text{C}$	<input type="checkbox"/>

②	
negativ	<input type="checkbox"/>
positiv	<input type="checkbox"/>
gleich null	<input type="checkbox"/>