

Name:

Klasse:

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

10. Jänner 2025

# Mathematik

# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

## Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>
$6 + 6 = 10$	<input type="checkbox"/>

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 10$	<input type="checkbox"/>

## Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

**Best-of-Wertung:** Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punktzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

**Viel Erfolg!**

# Aufgabe 1

## Zahlenmengen

Gegeben sind die Mengen  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$  und  $B = \{y \in \mathbb{Q} \mid -1 < y < 0\}$ .

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

$A$ und $B$ enthalten jeweils ganze Zahlen.	<input type="checkbox"/>
Die Summe zweier Elemente aus $B$ liegt in jedem Fall in $A$ .	<input type="checkbox"/>
Jedes Element von $B$ ist auch Element von $A$ .	<input type="checkbox"/>
Das Produkt zweier Elemente aus $B$ liegt in jedem Fall in $A$ .	<input type="checkbox"/>
$A$ und $B$ sind jeweils eine Teilmenge der komplexen Zahlen.	<input type="checkbox"/>

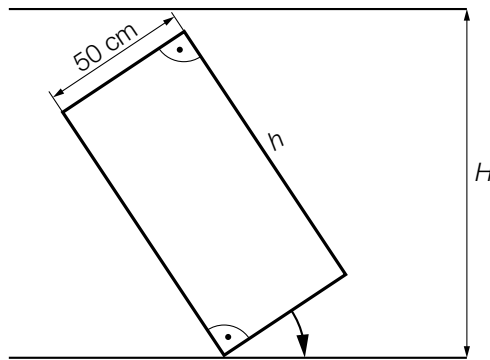
[0/1 P.]

## Aufgabe 2

### Kasten kippen

Ein Kasten mit der Höhe  $h$  (in cm) und einer Tiefe von 50 cm soll in einem Zimmer mit der Raumhöhe  $H$  (in cm) durch Hochkippen aufgestellt werden (siehe unten stehende Abbildung).

Beim Kippen des Kastens soll ein Abstand zur Zimmerdecke von 2 cm eingehalten werden.



#### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie einen Term, mit dem die maximale Höhe  $h$  des Kastens für jede Raumhöhe  $H$  mit  $H \geq 52$  cm berechnet werden kann.

$h =$  \_\_\_\_\_

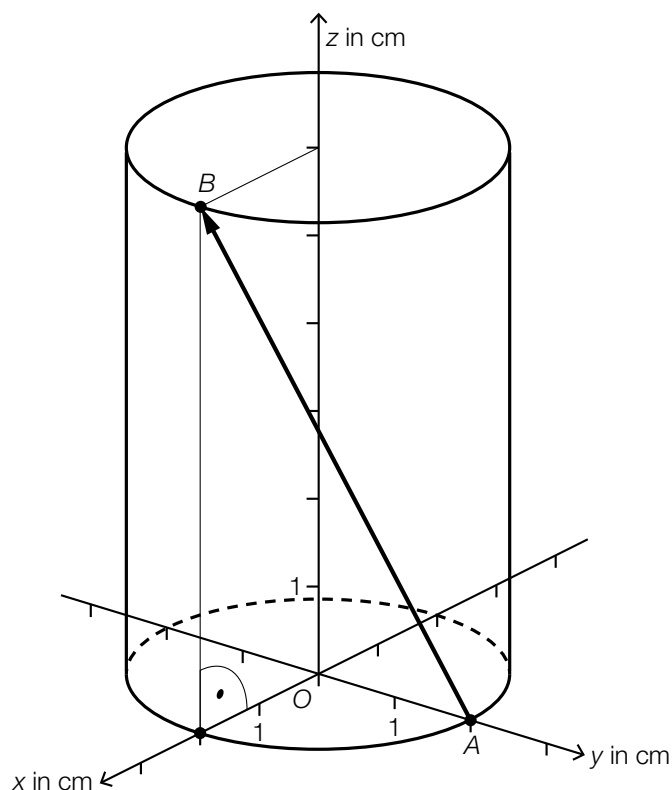
[0/1 P.]

## Aufgabe 3

### Vektoren im Drehzylinder

Gegeben ist ein 6 cm hoher Drehzylinder. Der Durchmesser der Grundfläche dieses Drehzylinders beträgt 4 cm, der Mittelpunkt dieser Grundfläche liegt im Koordinatenursprung. Die Grundfläche liegt in der  $xy$ -Ebene.

Die nachstehende Abbildung zeigt diesen Drehzylinder und den Vektor  $\overrightarrow{AB}$ .



#### Aufgabenstellung:

Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{00}} \\ \boxed{\phantom{00}} \\ \boxed{\phantom{00}} \end{pmatrix}$$

[0/1 P.]

## Aufgabe 4

### Koordinaten zweier Punkte

Gegeben sind die zwei Punkte  $A = (x|3)$  und  $B = (-2|y)$  mit  $x, y \in \mathbb{R}$  sowie der Vektor  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabenstellung:**

Berechnen Sie  $x$  und  $y$ .

$x =$  \_\_\_\_\_

$y =$  \_\_\_\_\_

[0/1 P.]

## Aufgabe 5

### Geradengleichungen

Gegeben sind die zwei Geraden  $g$  und  $h$  in  $\mathbb{R}^3$ .

$$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}$$

$$h: X = B + u \cdot \vec{h} \quad \text{mit } u \in \mathbb{R}$$

### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_ sind  $g$  und  $h$  ident.

①	
$B = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$B = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>

②	
$\vec{h} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

## Aufgabe 6

### Hochstein

Die Skipiste am Hochstein in Lienz führt von der Talstation  $T$  des Hochsteinlifts (Meereshöhe 673 m) bis zur Hochsteinhütte  $H$  (Meereshöhe 2023 m).

Die 4 000 m lange, geradlinige Skipiste ist in der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung modellhaft als Strecke dargestellt.



#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie denjenigen Steigungswinkel der Skipiste, der sich aus diesem Modell ergibt.

[0/1 P.]



## Aufgabe 7

### Leistung von Windkraftanlagen

Die Leistung  $P$  von Windkraftanlagen hängt von der Dichte  $\varrho$  der Luft, vom Radius  $r$  der Rotorblätter und von der Windgeschwindigkeit  $v$  ab. Es gilt:

$$P = \frac{\varrho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v^3}{2} \quad \text{mit} \quad \varrho, r, v \in \mathbb{R}^+$$

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Bei einer Zunahme der Windgeschwindigkeit von 6 m/s auf 18 m/s wird die Leistung bei gleichem Radius und gleicher Dichte 27-mal so hoch.	<input type="checkbox"/>
Bei einer Zunahme der Dichte nimmt die Leistung bei gleichem Radius und gleicher Windgeschwindigkeit ab.	<input type="checkbox"/>
Bei doppeltem Radius und doppelter Windgeschwindigkeit ist die Leistung bei gleicher Dichte 6-mal so hoch.	<input type="checkbox"/>
Bei einer um 25 % geringeren Dichte und doppelt so hoher Windgeschwindigkeit ist die Leistung bei gleichem Radius 6-mal so hoch.	<input type="checkbox"/>
Bei halb so hoher Windgeschwindigkeit und 3-fachem Radius ist die Leistung bei gleicher Dichte gleich hoch.	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

## Aufgabe 8

### Eigenschaften von Funktionen

Gegeben sind eine Zahl  $a > 1$  und vier Funktionsgleichungen.

#### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Funktionsgleichungen jeweils die für alle  $x, h \in \mathbb{R}$  geltende Gleichung aus A bis F zu.

$f(x) = x + a$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = a^x$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = a \cdot x$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = a$	<input type="checkbox"/>

A	$f(x + h) = f(x)$
B	$f(x + h) = f(x) + h$
C	$f(x + h) = f(x) \cdot h$
D	$f(x + h) = f(x) + a$
E	$f(x + h) = f(x) + a \cdot h$
F	$f(x + h) = f(x) \cdot a^h$

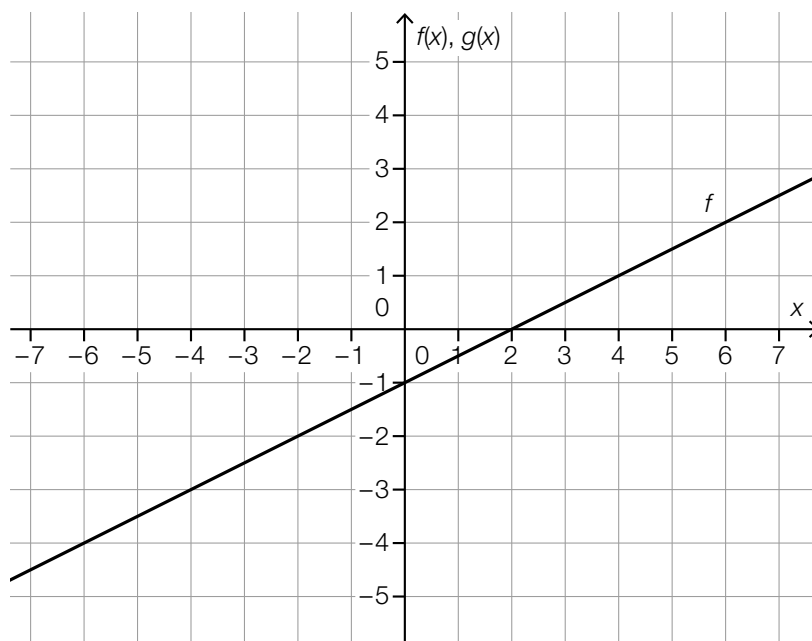
[0/½/1 P.]

## Aufgabe 9

### Eigenschaften linearer Funktionen

Im nachstehenden Koordinatensystem ist der Graph der linearen Funktion  $f$  dargestellt. Für eine lineare Funktion  $g$  soll folgender Zusammenhang mit  $f$  gelten:

$$g(x+1) - g(x) > 2 \cdot [f(x+1) - f(x)] \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im obigen Koordinatensystem den Graphen einer solchen Funktion  $g$  ein.

[0/1 P.]

## Aufgabe 10

### Nullstellen und Extremstellen von Polynomfunktionen

Die mögliche Anzahl der Nullstellen und die mögliche Anzahl der Extremstellen einer reellen Polynomfunktion hängen vom Grad dieser Polynomfunktion ab.

#### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Eine Polynomfunktion 3. Grades kann \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ haben, eine Polynomfunktion 4. Grades kann \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_ haben.

①	
genau 3 verschiedene Nullstellen und 0 Extremstellen	<input type="checkbox"/>
genau 2 verschiedene Nullstellen und genau 1 Extremstelle	<input type="checkbox"/>
genau 1 Nullstelle und genau 2 Extremstellen	<input type="checkbox"/>

②	
genau 3 verschiedene Nullstellen und 0 Extremstellen	<input type="checkbox"/>
genau 2 verschiedene Nullstellen und genau 1 Extremstelle	<input type="checkbox"/>
genau 1 Nullstelle und genau 2 Extremstellen	<input type="checkbox"/>

[0/1½/1 P.]

# Aufgabe 11

## Anzahl an Brutpaaren

In einem Naturschutzgebiet wird eine bestimmte Vogelart beobachtet. Im Verlauf von 15 Jahren hat sich die Anzahl an Brutpaaren dieser Vogelart von ursprünglich 3 auf 24 erhöht.

Es wird angenommen, dass die Anzahl an Brutpaaren mit den Jahren exponentiell zunimmt.

### Aufgabenstellung:

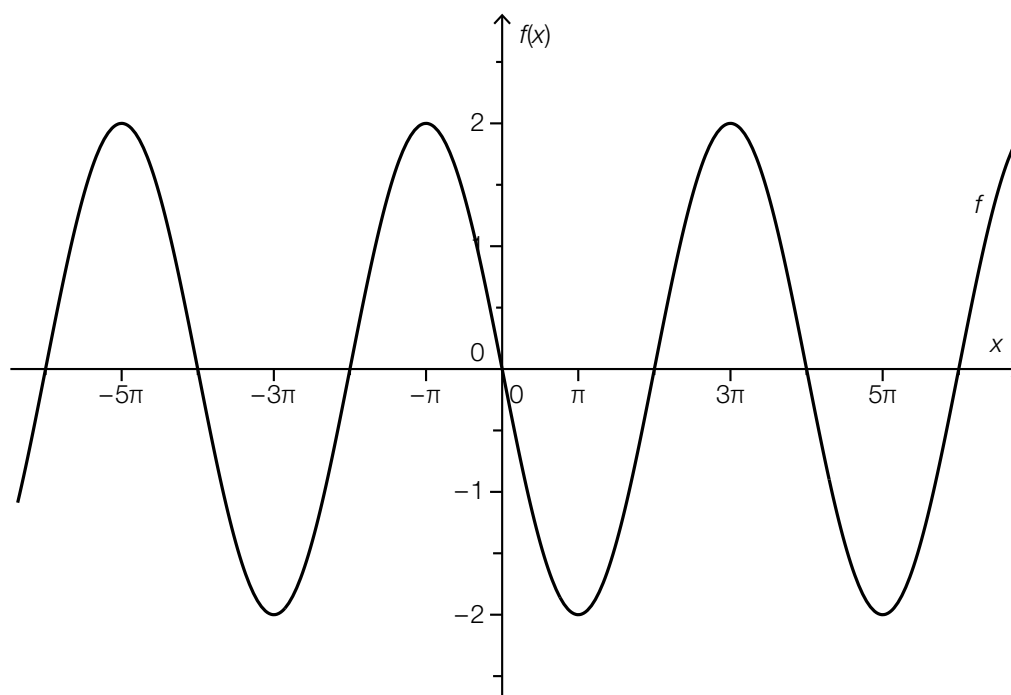
Ermitteln Sie die Anzahl der Jahre, in denen sich die Anzahl an Brutpaaren verdoppelt.

[0/1 P.]

## Aufgabe 12

### Parameter einer Winkelfunktion

Nachstehend ist der Graph der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  und  $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$  abgebildet.



#### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für den Parameter  $a$  gilt ① \_\_\_\_\_; für den Parameter  $b$  gilt ② \_\_\_\_\_.

①	
$a < 0$	<input type="checkbox"/>
$a \in [0; 1]$	<input type="checkbox"/>
$a > 1$	<input type="checkbox"/>

②	
$b < 1$	<input type="checkbox"/>
$b = 1$	<input type="checkbox"/>
$b > 1$	<input type="checkbox"/>

[0/1/2/1 P.]

## Aufgabe 13

### Kontostand

Der Kontostand eines bestimmten Kontos beträgt € 187,50.

Von diesem Konto wird eine Rechnung in der Höhe von € 37,50 bezahlt.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich der Kontostand dieses Kontos durch Bezahlung der Rechnung vermindert.

[0/1 P.]

## Aufgabe 14

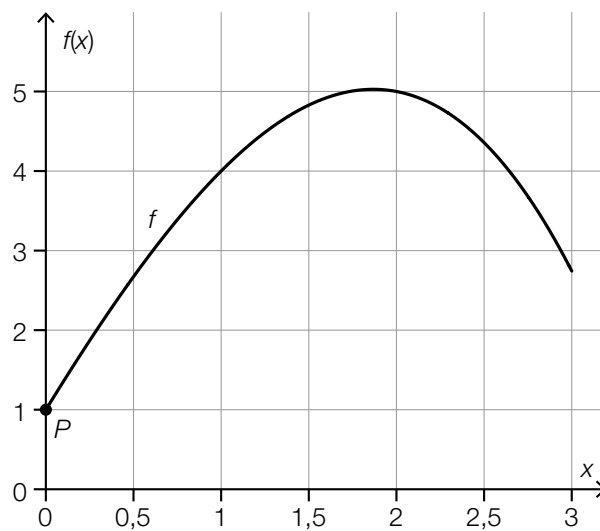
### Differenzenquotient

In der unten stehenden Abbildung sind der Graph der Funktion  $f$  und der Punkt  $P = (0 | 1)$  dargestellt. Für den Punkt  $Q = (x_1 | y_1)$  auf dem Graphen von  $f$  gilt:

Der Differenzenquotient von  $f$  im Intervall  $[0; x_1]$  hat den Wert 2.

#### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie auf dem Graphen von  $f$  den Punkt  $Q$  ein.



[0/1 P.]



## Aufgabe 15

### Differenzieren

Gegeben sind die Polynomfunktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$ .

Es gilt für alle  $x \in \mathbb{R}$ :

$$h(x) = f(x) + 2 \cdot g(x)$$

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = 3$$

$$g(2) = 1, \quad g'(2) = -2$$

**Aufgabenstellung:**

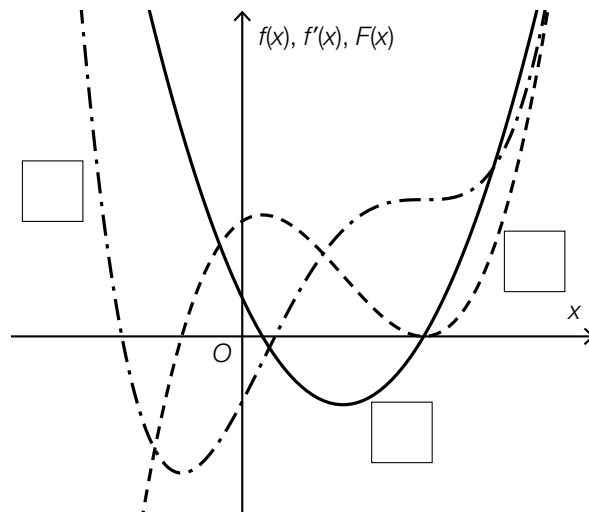
Ermitteln Sie  $h'(2)$ .

[0/1 P.]

## Aufgabe 16

### Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der differenzierbaren Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , den Graphen ihrer Ableitungsfunktion  $f'$  und den Graphen einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .



Aufgabenstellung:

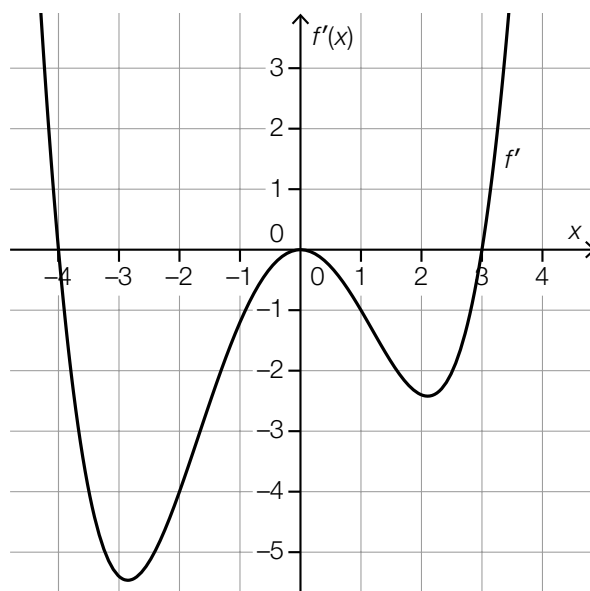
Tragen Sie in der obigen Abbildung  $f$ ,  $f'$  und  $F$  in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

[0/1 P.]

## Aufgabe 17

### Ableitungsfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Polynomfunktion  $f$ .



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $(-4; 0)$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat mindestens 3 Wendestellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 Nullstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Maximumstelle.	<input type="checkbox"/>

[0/1 P.]

## Aufgabe 18

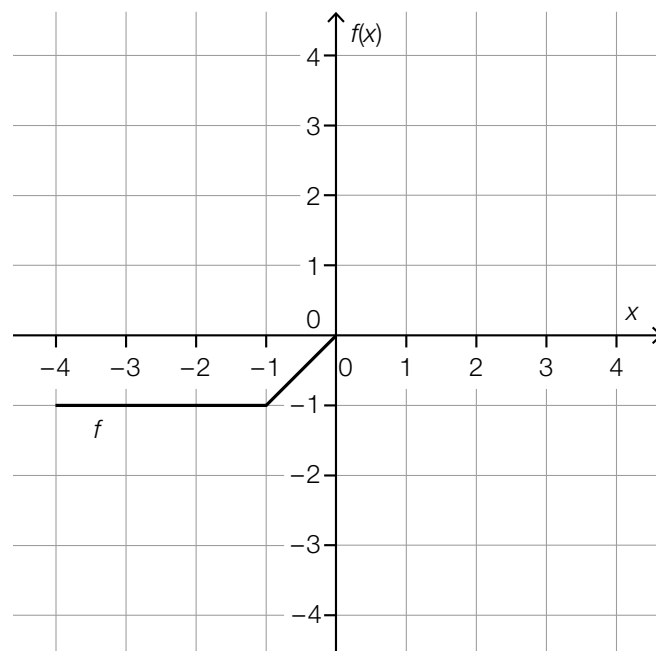
### Zeichnen eines Funktionsgraphen

Die abschnittsweise lineare Funktion  $f$  ist auf dem Intervall  $[-4; 4]$  definiert.  
Im unten stehenden Koordinatensystem ist im Intervall  $[-4; 0]$  der Graph von  $f$  eingezeichnet.

Es gilt:  $\int_{-4}^4 f(x) dx = 2,5$

**Aufgabenstellung:**

Vervollständigen Sie im Intervall  $[0; 4]$  einen möglichen Graphen von  $f$ .



[0/1 P.]

# Aufgabe 19

## Produktbeurteilung

Im Zuge der Einführung eines neuen Produkts wurden in Wien und Linz Personen im Alter von 20 bis 60 Jahren über ihre Meinung zu diesem Produkt befragt.

Die Aufteilung der befragten Personen in Bezug auf Alter und Ort ist in Tabelle 1 angegeben.

	20- bis unter 40-Jährige	40- bis 60-Jährige
Wien	26 %	25 %
Linz	27 %	22 %

Tabelle 1

Die Anteile derjenigen Personen, die das Produkt mit „Sehr gut“ beurteilt haben, sind in Tabelle 2 angegeben. Beispiel: Der Wert 15 % in der Tabelle 2 bedeutet, dass 15 % aller befragten 20- bis unter 40-Jährigen aus Wien das Produkt mit „Sehr gut“ beurteilt haben.

	20- bis unter 40-Jährige	40- bis 60-Jährige
Wien	15 %	12 %
Linz	18 %	32 %

Tabelle 2

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, wie viel Prozent aller befragten Personen das Produkt mit „Sehr gut“ beurteilt haben.

[0/1 P.]

## Aufgabe 20

### Statistische Kennzahlen

Gegeben ist eine geordnete Datenliste mit 11 Werten mit  $a, b \in \mathbb{R}^+$  und  $b > a + 3$ .

$a$	$a$	$a + 3$	$a + 3$	$a + 3$	$b$	$b$	$b + 1$	$b + 2$	$b + 2$	$b + 6$
-----	-----	---------	---------	---------	-----	-----	---------	---------	---------	---------

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Kennzahlen jeweils den in jedem Fall zugehörigen Term aus A bis F zu.

Median	<input type="text"/>
Modus	<input type="text"/>
Spannweite	<input type="text"/>
arithmetisches Mittel	<input type="text"/>

A	$a$
B	$b$
C	$a + 3$
D	$\frac{5 \cdot a + 6 \cdot b + 20}{11}$
E	$b + 6 - a$
F	$\frac{a + b + 6}{2}$

[0/1½/1 P.]

## Aufgabe 21

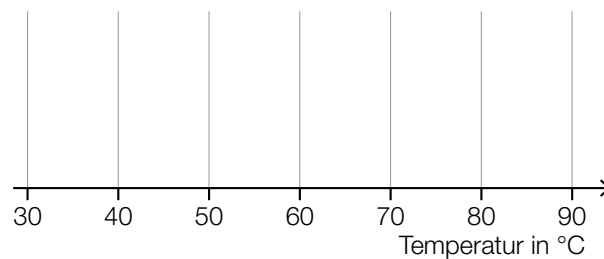
### Pizzatemperatur

Ein Pizzalieferant hat die Temperaturen seiner zugestellten Pizen gemessen.

- Mindestens 75 % der zugestellten Pizen hatten eine Temperatur von 50 °C oder mehr.
- Mindestens 25 % der zugestellten Pizen hatten eine Temperatur von 50 °C oder weniger.
- Der Median liegt bei 60 °C.
- Das Temperaturminimum beträgt 40 °C.
- Das Temperaturmaximum beträgt 90 °C und ist gleich dem 3. Quartil  $q_3$ .

#### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den zugehörigen Boxplot ein.



[0/1 P.]

## Aufgabe 22

### Lieblingslied

Taylor hat 20 verschiedene Lieder auf ihrem Smartphone gespeichert. Eines dieser Lieder ist ihr Lieblingslied.

Aus allen 20 Liedern wird 1 Lied nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und abgespielt. Wenn ein Lied endet, wird mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit von diesen 20 Liedern wieder 1 Lied nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und abgespielt.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Taylors Lieblingslied genau als 5. Lied erstmals abgespielt wird.

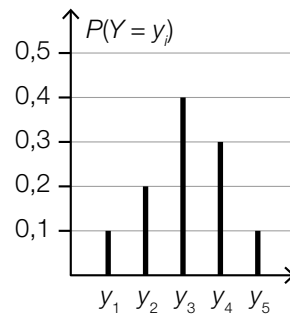
[0/1 P.]



## Aufgabe 23

### Wahrscheinlichkeitsverteilung

Mika behauptet, dass die nachstehende Abbildung die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen  $Y$  darstellt.



Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum Mikas Behauptung nicht richtig ist.

[0/1 P.]

## Aufgabe 24

### Medikament

Erfahrungsgemäß treten bei 75 % aller Personen, die ein bestimmtes Medikament eingenommen haben, Nebenwirkungen auf.

10 Personen, die dieses Medikament eingenommen haben, werden nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.

#### Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein Ereignis  $E$  im gegebenen Sachzusammenhang, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:

$$P(E) = 1 - (0,25 \cdot 0,75^9 \cdot 10 + 0,75^{10})$$

[0/1 P.]